

웹 구속과 모멘트 구배가 H형강 보 세장 플랜지 국부좌굴 강도에 미치는 영향

한규홍¹ · 이철호^{2*}

¹책임연구원, POSCO 철강솔루션마케팅실, ²교수, 서울대학교, 건축학과

Effects of Web Restraint and Moment Gradient on Local Buckling of Slender Flange in H-shaped Beams

Han, Kyu-Hong¹, Lee, Cheol-Ho^{2*}

¹Sr. Researcher, POSCO Steel Solution Marketing Office, Incheon, 21985, Korea

²Professor, Dept. of Architecture & Architectural Engineering, Seoul National University, Seoul, 08826, Korea

Abstract - Compared to 2016 KBC, very large flexural overstrength was observed in the recent full-scale testing of welded H-shaped beams with slender flange. In this paper, based on critical review of the background research of the relevant provisions, it is first shown that the KBC provisions do not properly reflect the effects of web restraint and moment gradient on elastic flange local buckling (FLB). In this study, elastic FLB strength equation with sound theoretical background is newly proposed using the mixed variational approach. The proposed equation is more accurate but still simple for practical use.

Keywords - Flange local buckling, H-shaped beams, Slender flange, Web slenderness, Moment gradient, Mixed variational principle

1. 서론

최근 건물 및 교량 건설에 고강도강에 대한 수요가 증가하면서 고강도강 적용에 대한 다양한 연구^{[1],[2],[3]}가 활발히 진행되고 있다. 고강도강을 사용할 경우 콤팩트 한계세장비를 초과할 가능성이 증가하므로 탄성 국부좌굴 강도를 확인할 필요가 있다. 과거 여러 연구자에 의해 강재의 국부좌굴에 대한 연구가 수행되었다. Johnson^[4]은 균등모멘트를 받는 H형강보 휨 실험을 통해 웹 세장비가 플랜지국부좌굴(FLB)에 미치는 영향을 분석하였으며, 이 연구 결과가 현행 설계기준(2016 KBC^[5], 2016 AISI^[6])의 세장판플랜지를 갖는 H형강보의 플랜지국부좌굴강도 규정의 근간이 되었다. Lundquist and Stowell^[7]은 에너지법을 이용하여 플

랜지와 웹의 상대휨강성으로 플랜지국부좌굴강도를 나타내었으며 Seif and Schafer^[8]는 AISC 열연 단면에 대해 finite strip method를 통해 경험식을 유도하였다. 하지만 이 경험식은 AISC 단면 데이터베이스 이외의 형상을 갖는 조립보에 적용하기에는 한계가 있다. Ragheb^[9]는 플랜지와 웹의 상호작용이 한계세장비에 미치는 영향에 대해 연구하였다. Yu and Schafer^[10]에 의해 압축력의 분포형상이 판재의 국부좌굴에 미치는 영향에 대한 연구도 수행되었다. Yu and Schafer^[10]의 연구에 의하면 비구속

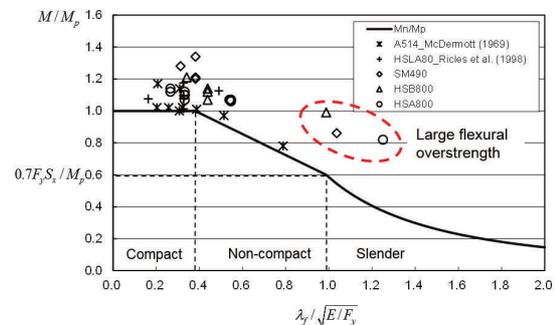


Fig. 1. Comparison of experimental and KBC nominal FLB strength

Note.-Discussion open until April 30, 2019. This manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on January 12, 2018; revised August 08, 2018; approved on September 03, 2018. Copyright © 2018 by Korean Society of Steel Construction

*Corresponding author.

Tel. +82-2-880-9061 Fax. +82-2-871-5518
 E-mail. ceholee@snu.ac.kr

Table 1. Overstrength observed in slender or almost slender flange specimens

Specimen designation	Section class	Steel (mm)	Depth (mm)	Width (mm)	Web thickness (mm)	Flange thickness (mm)	Beam span (mm)	Normalized strength		Failure mode
								M_m/M_p	M_m/M_n	
SM490-S-LPD-3	Slender	SM490	399	500	11.0	11.0	4,000	0.86	1.69	FLB
HSB800-NC-LP-3	Noncompact	HSB800	400	500	17.6	17.6	3,500	0.99	1.55	FLB
HSA800-S-LPD-3-FHS	Slender	HSA800	400	650	17.6	17.6	4,000	0.82	2.04	FLB

Note: M_m = maximum experimental flexural strength; M_p = plastic moment; M_n = AISC nominal flexural strength; FLB = Flange local buckling

판요소의 좌굴강도는 압축력의 구배에 큰 영향을 받으므로 압축력의 구배를 무시할 경우 좌굴강도가 매우 보수적으로 산정된다. Table 1은 저자가 최근 수행한 고강도강(HSB800, HSA800)과 일반강(SM490) 조립보 실험체로 횡구속된 단순지지 된 보를 중앙부 집중가력하여 플랜지 국부좌굴을 유도하였다. 실험결과^[11] Fig. 1. 및 Table 1과 같이 세장단면 또는 세장단면에 가까운 플랜지를 갖는 실험체에서 상당한 초과 휨강도를 나타내었다.

Fig. 2.와 같이 중앙부 수직스티프너와 모멘트 조건을 변경한 단면에 대한 수치해석 등을 통하여 초과 휨강도의 원인을 다음과 같이 분석하였다. 1) 중앙부 수직스티프너에 의해 모멘트가 최대 인 보 중앙부에 발생하지 않고, 수직스티프너 옆쪽에 플랜지국부좌굴이 발생하여 좌굴이 지연되었다. 그리고 수직스티프너가 좌굴장 단부에 추가의 회전구속을 제공하여 좌굴강도를 증가시켰

다. 2) 플랜지국부좌굴 발생 후에도 응력재분배에 의해 추가의 휨강도를 발휘하였다. 3) 설계기준의 국부좌굴강도는 플랜지가 좌굴구간에 일정한 압축력을 받는 조건으로부터 유도된 것으로 실험과 같이 구배를 갖는 모멘트를 받는 경우에 비해 불리한(보수적)으로 상황을 가정하여 유도되었다.

본 연구에서는 과도하게 보수적인 현행 설계기준의 플랜지국부좌굴식의 정확성을 높일 수 있는 새로운 탄성 플랜지국부좌굴 강도식 제안을 목표로 하였다.

2. 현행 설계기준 분석

H형강은 판요소의 조합으로 볼 수 있으며 플랜지는 한쪽이 웹브에 구속되어 있는 비구속판요소이다. 고전 판 이론에서 등분포 축력을 받는 판의 탄성좌굴응력은 다음과 같다.

$$F_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \tag{1}$$

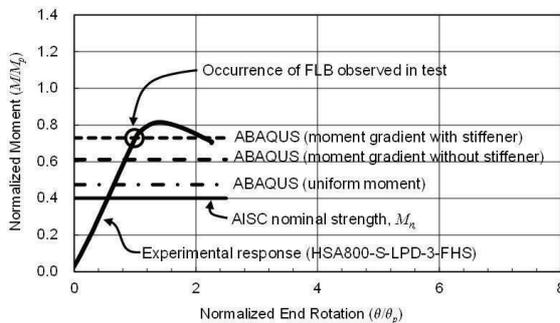
여기서, b 는 판의 폭, t 는 판의 두께, E 는 영계수, ν 는 피아송비, k 는 판좌굴계수, D 는 판의 휨강성 $\left[D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \right]$ 이다.

H형강에서 판좌굴계수 k 는 웹브에 의한 휨구속 정도를 나타낸다. 피아송비 ν 를 0.3으로 하였을 때 강구조 기준의 세장플랜지 H형강 공칭 휨강도는 식 (2)와 같이 식 (1)의 판 좌굴 이론식과 동일하다.

$$M_n = F_{cr} S_x = k_c \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t_f)^2} S_x = k_c \left(\frac{0.9E}{\lambda^2} \right) S_x \tag{2}$$



(a) Photos showing flange local buckling



(b) Effects of the presence of transverse stiffeners and moment pattern on elastic FLB strength

Fig. 2. Behavior of specimens with slender section (Lee et al.^[11])

여기서, F_{cr} 은 플랜지좌굴응력, S_x 는 탄성단면계수, λ 는 판폭두께비 ($\lambda=b/t$), t_w 는 플랜지 두께, k_c 는 비구속세장판요소계수이며 다음과 같다.

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \quad [0.35 \leq k_c \leq 0.76] \quad (3)$$

여기서, h 는 상하 플랜지간의 순거리, t_w 는 웨브의 두께이다.

식 (2)와 같이, 설계기준^{[5],[6]}의 k_c 는 식 (1)의 판좌굴계수 k 와 동일하다. 설계기준의 k_c 는 플랜지와 웨브의 상호영향을 고려하여 Johnson^[4]이 제안한 값이다. Johnson^[4]은 플랜지와 웨브의 판폭두께비가 큰 19개의 보에 대해 휨 실험 결과를 회귀분석하여 다음의 좌굴계수를 제안하였다.

$$k = \frac{4.05}{(h/t_w)^{0.46}} \quad (4)$$

Table 2. Flange and web limiting width-to-thickness ratio for noncompact section according to the 1978 and 2016 AISC specification

Element	Loading condition	λ_r	
		1978 AISC	2016 AISC
Flange	Flexural compression	$95/\sqrt{F_y} \text{ (ksi)}$	$0.95\sqrt{\frac{k_c E}{F_L}}$ [a]
		$= 0.56\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
Web	Flexural compression	$760/\sqrt{F_y} \text{ (ksi)}$	$5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$
		$= 4.5\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

Note: [a] $k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$; $F_L = 0.7F_y$

식 (3), (4)를 비교해보면 설계기준^{[5],[6]}의 k_c 는 Johnson^[4]의 제안식을 일부 수정한 것임을 알 수 있다. Johnson^[4]의 식은 다음과 같은 문제가 있다. Table 2는 1978 AISC^[12]와 2016 AISC^[6](2016 KBC^[5]의 해당조항과 동일)의 플랜지와 웨브의 판폭두께비 제한값을 정리한 것이다. Table 2에서와 같이 휨재의 비콤팩트요소 판폭두께비 제한값은 플랜지는 $0.56\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ 에서 $0.95\sqrt{\frac{k_c E}{F_L}}$ 으로 웨브는 $4.5\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ 에서 $5.7\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ 로 1978 AISC^[12]보다 현행기준^{[5],[6]}에서 완화되었다. Fig. 3은

Johnson^[4] 실험체의 플랜지 웨브 판폭두께비 분포를 도시한 것이다. Fig. 3.을 보면 대부분의 Johnson 실험체는 1978 AISC^[12]에 따라 세장 웨브와 세장 플랜지 조합으로 설계되었으나, 현행기준^{[5],[6]}으로는 비콤팩트 또는 콤팩트 플랜지와 세장 웨브 조합에 해당된다. 현행기준^{[5],[6]}에서 비콤팩트 플랜지와 세장 웨브 조합의 H형강 플랜지국부좌굴강도는 잔류응력을 고려하여 선형보강한 비콤팩트 단면의 휨강도식에 휨강도감소계수 R_{ps} 를 곱하여 웨브 세장효과를 반영하며, 콤팩트 플랜지의 경우는 플랜지국부좌굴을 한계상태로 가정하지 않는다. 이처럼 비콤팩트 또는 콤팩트 플랜지와 세장 웨브 조합을 근거로 산정된 k_c 를 세장 플랜지와 콤팩트 또는 비콤팩트 웨브에 적용하는 것은 적절치 못하며, 적합한 단면으로부터 k_c 를 다시 산정할 필요가 있다.

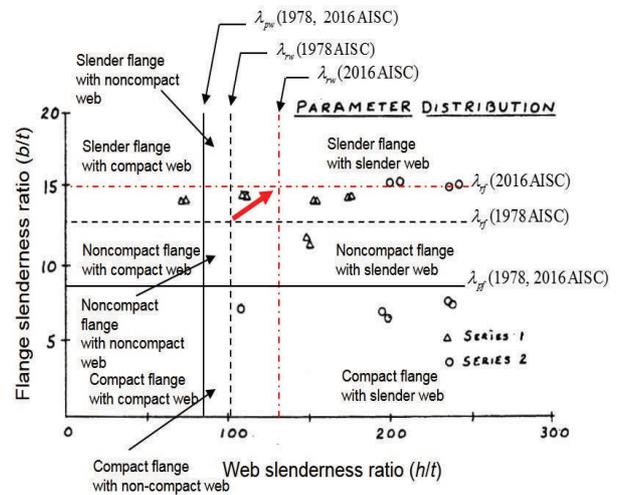


Fig. 3. Web and flange slenderness distributions of Johnson's test specimens

현행 기준^{[5],[6]}의 과도하게 보수적인 공칭강도는 웨브에 의한 플랜지 구속효과를 과소평가하였기 때문이다. 본 연구에서는 현행설계식의 도출과정의 모순을 극복할 수 있는 세장플랜지와 콤팩트 또는 비콤팩트 웨브 조합 H형강보의 탄성 플랜지국부좌굴 강도식을 제안하고자 혼합변분법(mixed variational approach)을 사용하여 플랜지국부좌굴 강도식을 유도하였다.

3. 혼합변분법으로 유도한 탄성 플랜지국부좌굴 강도

판에 작용하는 전단력과 모멘트는 고전 판이론에 따라 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
 M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\
 M_{xy} &= -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 Q_x &= -\frac{\partial}{\partial x} D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
 Q_y &= -\frac{\partial}{\partial y} D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서, M_x 와 M_y 는 단위길이당 휨모멘트, M_{xy} 는 단위길이당 비틀림모멘트, Q_x 와 Q_y 는 전단력, w 는 면외방향 처짐이다.

판에 압축력 N_x 이 작용할 때 면외방향의 힘의 평형조건을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{6}$$

판의 경계조건과 가력조건이 복잡할 경우 식 (5), (6)의 정해를 구하는 것은 쉽지 않다. 본 연구에서는 식 (7)과 같이 가중적분 (weighted-integral)을 사용하여 weak form을 만족하는 근사 해를 도출하였다.

$$\int WR \, dx dy = 0 \tag{7}$$

여기서, W 는 가중함수, R 은 잔차(residual)이다.

변분법에서는 경계조건에서 가중함수를 주변수(primary variable)라 하며, 가중함수의 계수를 보조변수(secondary variable)라 한다. 혼합변분법(mixed variational method, MVM)은 보조변수도 주변수와 함께 종속변수로 다룬다.^[13] 혼합 변분법을 사용하면 다양한 경계조건에 대해 최소 포텐셜 에너지 법(minimum total potential energy method)에 비해 하중을 보다 정확하고 쉽게 얻을 수 있다. 이러한 장점을 고려하여 본 연구에서는 혼합변분법으로 H형강 플랜지의 좌굴식을 유도하였다. 혼합변분법의 기본개념은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \delta \Pi_m &= \delta_u \Pi_m + \delta_N \Pi_m = 0 \\
 \text{or} \\
 \delta_u \Pi_m &= 0 \text{ and } \delta_N \Pi_m = 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서, $\delta_u \Pi_m = \int W_1 R_1 \, dx dy$, $\delta_N \Pi_m = \int W_2 R_2 \, dx dy$, W_1 과 W_2 는 가중함수, R_1 과 R_2 는 잔차이다.

본 연구에서는 $W_1 = \delta w$, $W_2 = \delta M$, R_1 은 평형방정식(식 (6))의 잔차, R_2 는 모멘트 처짐 관계식(식 (5))의 잔차이다. 즉, $\delta_u \Pi_m$ 는 시스템에 가상의 변위를 주었을 때 가상일, $\delta_N \Pi_m$ 는 시스템에 가상힘을 가했을 때 가상일에 해당한다. 혼합변분법은 두 개의 가상일에 대한 함수를 만족하는 해를 찾는 과정이며, 이때 최소 포텐셜 에너지법(minimum total potential energy method)이 변위에 대한 경계조건만을 적용하는데 비해 변위와 힘에 관한 경계조건을 모두 적용하여 해를 찾는 차이가 있다. H형강의 탄성 플랜지좌굴강도를 위한 혼합변분법은 다음과 같이 정리할 수 있다.

3.1 Weak form

플랜지의 경계조건에서 비틀림 모멘트 M_{xy} 는 가정하기 어려우므로, 혼합변분법에서는 M_{xy} 를 소거하여 M_x , M_y , w 변수로 weak form을 유도하였다. 식 (5)의 M_{xy} 와 w 관계를 식 (6)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$- \left[\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2D_f(1-\nu) \frac{\partial^4 w_f}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \right] = -N_x \frac{\partial^2 w_f}{\partial x^2} \tag{9}$$

여기서, D 는 플랜지의 휨강성 $\left[D_f = \frac{Et_f^3}{12(1-\nu^2)} \right]$, t_f 는 플랜지 두께, w_f 는 플랜지의 수직 처짐이다.

식 (9)에 따라 식 (8)의 가상변위에 의한 가상일($\delta_u \Pi_m$)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 \delta_u \Pi_m &= \int_{\Omega_0} \left[\frac{\delta w_f}{\partial x} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\delta w_f}{\partial y} \frac{\partial M_y}{\partial y} + 2D_f(1-\nu) \frac{\partial^2 \delta w_f}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_f}{\partial x \partial y} \right] dx dy \\
 &- \oint_{\Gamma_e} \left\{ \delta w_f \left[\left(\frac{\partial M_x}{\partial x} \right) n_x + \left(\frac{\partial M_y}{\partial y} \right) n_y - D_f(1-\nu) \left(\frac{\partial^3 w_f}{\partial x^2 \partial y} n_y + \frac{\partial^3 w_f}{\partial x \partial y^2} n_x \right) \right] \right. \\
 &+ \left. \oint_{\Gamma_e} \left\{ D_f(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w_f}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial \delta w_f}{\partial y} n_x + \frac{\partial \delta w_f}{\partial x} n_y \right) \right] \right\} ds \right. \\
 &- \int_{\Omega_e} \frac{\partial(\delta w_f N_x) \delta w_f}{\partial x} N_x \frac{\partial w_f}{\partial x} dx dy + \oint_{\Gamma_e} \delta w_f N_x \frac{\partial w_f}{\partial x} n_x ds = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

여기서, Ω_0 는 한쪽 플랜지의 범위, Γ_e 는 적분구간(Ω_0)의 경계, Ω_e 는 경계(Γ_e)를 제외한 부분이다. ($\Omega_0 = \Omega_e + \Gamma_e$), n_x 와 n_y 는 법선벡터의 방향코사인(direction cosine of the unit normal)이다.

마찬가지로, 식 (8)에 따라 가상힘에 의한 가상일($\delta_N \Pi_m$)도 영이 되어야한다. 곡률에 대한 잔차는 모멘트 처짐 관계식(식 (5))에 따라 정리하면 M_x 의 변분은:

$$\begin{aligned} \delta_N \Pi_m(\delta M_x) &= \int \delta M_x R_2 \, dx dy \\ &= - \int_{\Omega_0} \left[\delta M_x \left[\frac{\partial^2 w_f}{\partial x^2} + \frac{1}{D_f(1-\nu^2)} (M_x - \nu M_y) \right] \right] dx dy = 0 \\ \Rightarrow \int_{\Omega_c} \left[\frac{\partial w_f}{\partial x} \frac{\partial \delta M_x}{\partial x} - \delta M_x \frac{1}{D_f(1-\nu^2)} (M_x - \nu M_y) \right] dx dy \\ &- \oint_{\Gamma_c} \delta M_x \frac{\partial w_f}{\partial x} n_x ds = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

M_y 의 변분은:

$$\begin{aligned} \delta_N \Pi_m(\delta M_y) &= \int \delta M_y R_2 \, dx dy \\ &= - \int_{\Omega_0} \left[\delta M_y \left[\frac{\partial^2 w_f}{\partial y^2} + \frac{1}{D_f(1-\nu^2)} (M_y - \nu M_x) \right] \right] dx dy = 0 \\ \Rightarrow \int_{\Omega_c} \left[\frac{\partial w_f}{\partial y} \frac{\partial \delta M_y}{\partial y} - \delta M_y \frac{1}{D_f(1-\nu^2)} (M_y - \nu M_x) \right] dx dy \\ &- \oint_{\Gamma_c} \delta M_y \frac{\partial w_f}{\partial y} n_y ds = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

3.2 모멘트 조건에 따른 플랜지 압축력

플랜지에 작용하는 압축력은 보의 모멘트 분포에 따라 Fig. 4.와 같이 보의 길이 방향으로 선형분포형상을 갖는다. 등분포모멘트를 받는 보의 플랜지는 식(13)과 같이 전구간에 걸쳐 동일한 크기의 압축력을 받는다.

$$N_x = F_{cr} t_f \quad (13)$$

보 중앙에 집중하중을 받는 경우에는 식(14)와 같이 모멘트 분포와 일치하는 구배를 갖는 압축력을 플랜지가 받게 되며, 등분포

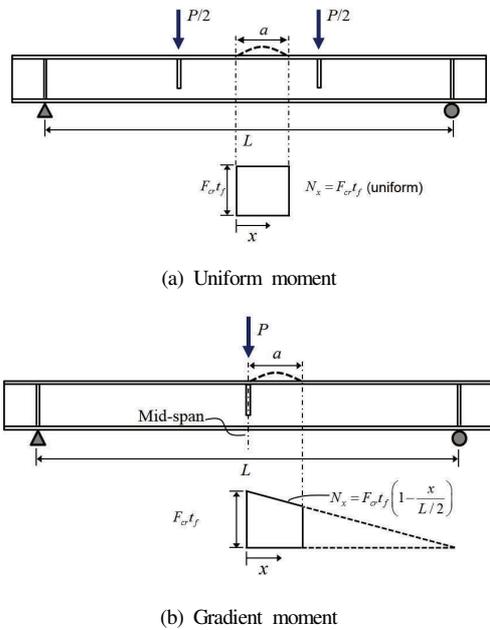


Fig. 4. Uniform versus gradient moment loading

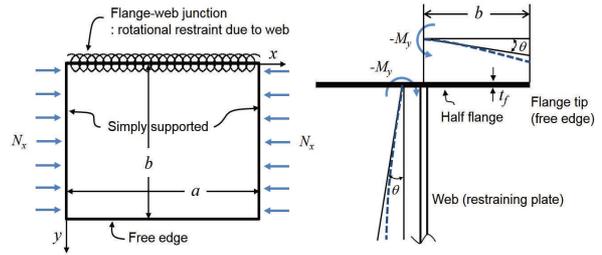


Fig. 5. Boundary conditions of the half flange of I-shaped beams

모멘트 조건보다 더 큰 좌굴하중을 받을 수 있다.

$$N_x = F_{cr} t_f \left(1 - \frac{x}{L/2} \right) \quad (14)$$

3.3 경계조건

플랜지는 Fig. 5.와 같이 웨브($y = 0$)에 구속되어 있다. 플랜지 좌굴하중을 얻기 위해서는 식 (10), (11), (12)에 웨브 구속을 포함한 플랜지 4면의 기하학적 경계조건(geometric boundary condition)과 힘 경계조건(force boundary condition)을 반영하여야 한다.

웨브구속 경계조건 ($y = 0$):

다음의 처짐 및 모멘트 조건을 만족해야 한다.

$$w_f = 0 \text{ and } M_y = -\zeta \theta = -\zeta \frac{\partial w_f}{\partial y} \quad (15)$$

여기서, ζ 는 H형강 한쪽 플랜지에 대한 웨브의 단위길이당 회전 구속, θ 는 플랜지와 웨브 연결부의 회전각이다(Fig. 5. 참고).

자유단 경계조건 ($y = b$):

다음의 힘 경계조건을 만족해야 한다.

$$M_y = 0 \text{ and } V_y = 0 \quad (16)$$

여기서, V_y 는 유효전단력(effective shear force)이며 다음과 같이 정의된다.

$$V_y = Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D_f \left[\frac{\partial^3 w_f}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_f}{\partial x^2 \partial y} \right] = 0 \quad (17)$$

여기서, $\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}$ 는 비틀림 모멘트 M_{xy} 에 의해 경계지점에 추가

로 작용하는 전단력이다.

그리고, 3.4절에서 $w_f(x, y)$, $M_x(x, y)$, $M_y(x, y)$ 의 근사함수를 가정할 때 식 (15), (16)의 $[w_f]_{y=0}$ 와 $[M_y]_{y=b}$ 경계조건을 만족하는 함수로 가정하였다.

단순지지 경계조건 ($x = 0$ and $x = a$):

Fig. 5.의 플랜지의 $x = 0$, $x = a$ 단부는 단순지지로 가정하였으며, 3.4절에서 처짐 및 모멘트 근사함수를 가정할 때 다음의 조건을 만족하도록 하였다.

$$w_f = 0, \text{ and } M_x = 0 \tag{18}$$

3.4 근사함수

$w_f(x, y)$ 의 근사함수는 식 (19)와 같이 6개의 매개변수를 갖는 함수로 가정하였고, $M_x(x, y)$ 와 $M_y(x, y)$ 의 근사함수는 식 (20), (21)과 같이 9개의 매개변수를 갖는 함수로 가정하였다. 매개변수의 개수는 사전해석을 통해 해석시간과 정확성을 고려하여 결정하였다. 플랜지의 1차 좌굴모드는 x 방향은 반파장길이가 a 인 sine 함수, y 방향은 다항함수로 가정하였다. 가정한 근사함수는 $[w_f]_{x=0} = 0$, $[w_f]_{x=a} = 0$, $[w_f]_{y=0} = 0$ 의 기하학적 경계조건을 만족시킨다.

$$w_f(x, y) = \sum_{i=1}^6 \alpha_i \psi_i^1 = \sum_{i=1}^6 \alpha_i \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b}\right)^i \tag{19}$$

$$= \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b}\right) \left[\alpha_1 + \alpha_2 \left(\frac{y}{b}\right) + \dots + \alpha_6 \left(\frac{y}{b}\right)^5 \right]$$

여기서, α_i 는 매개변수이며, $\psi_i^1 = \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b}\right)^i$.

힘 경계조건($[M_x]_{x=0} = 0$, $[M_x]_{x=a} = 0$, $[M_y]_{y=b} = 0$)을 만족시키는 $M_x(x, y)$ 와 $M_y(x, y)$ 에 대한 근사함수는 다음과 같이 sine 함수와 다항함수의 곱으로 가정하였다.

$$M_x(x, y) = \sum_{j=1}^9 \beta_j \psi_j^2 = \sum_{j=1}^9 \beta_j \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b}\right)^j \tag{20}$$

$$= \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b}\right)^j \left[\beta_1 + \beta_2 \left(\frac{y}{b}\right) + \dots + \beta_9 \left(\frac{y}{b}\right)^8 \right]$$

$$M_y(x, y) = \sum_{j=1}^9 \gamma_j \psi_j^3 = \sum_{j=1}^9 \gamma_j \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b} - 1\right) \left(\frac{y}{b}\right)^{j-1} \tag{21}$$

$$= \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b} - 1\right) \left[\gamma_1 + \gamma_2 \left(\frac{y}{b}\right) + \dots + \gamma_9 \left(\frac{y}{b}\right)^8 \right] \quad \text{F}$$

여기서, β_j 와 γ_j 는 M_x 와 M_y 의 매개변수이며,

$$\psi_j^2 = \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b}\right)^j, \quad \psi_j^3 = \sin \frac{\pi x}{a} \left(\frac{y}{b} - 1\right) \left(\frac{y}{b}\right)^{j-1}$$

위와 같이 $w_f(x, y)$, $M_x(x, y)$ 와 $M_y(x, y)$ 의 근사함수는 혼합변분법의 필수경계조건(essential boundary condition)을 만족시키는 함수로 가정하였다.

3.5 웹브 강성 산정

H형강보의 플랜지가 sine 함수 형태로 좌굴하는 경우 플랜지와 웹브 연결부에 sine 함수 형상의 모멘트가 유발된다. Fig. 6.과 같이 보수적으로 상부플랜지와 웹브의 연결부를 제외한 웹브의

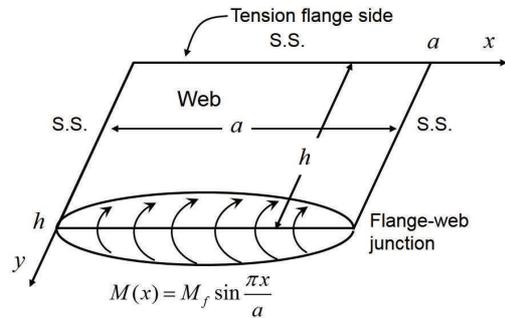


Fig. 6. Sinusoidal edge moment induced to beam web upon flange local buckling

나머지 경계면은 단순지지로 가정하였다. 웹브의 경계조건을 정리하면 다음과 같다.

$$\text{for } x=0, a: w_w = 0, \frac{\partial^2 w_w}{\partial x^2} = 0$$

$$\text{for } y=0: w_w = 0, \frac{\partial^2 w_w}{\partial y^2} = 0 \tag{22}$$

$$\text{for } y=h: w_w = 0, -D_w \left[\frac{\partial^2 w_w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_w}{\partial x^2} \right] = M(x) = M_f \sin \frac{\pi x}{a}$$

여기서, a 는 플랜지 좌굴형상의 반파장길이, w_w 는 웹브의 면외 처짐, D_w 는 웹브의 휨강성 $\left[D_w = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)} \right]$, M_f 는 플랜지 좌굴에 의해 유발된 sine형상 모멘트의 진폭, h 는 웹브의 높이(상하플랜지 사이의 순간격).

웹브의 지배방정식은 다음과 같다.

$$D_w \left(\frac{\partial^4 w_w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w_w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_w}{\partial y^4} \right) = 0 \tag{23}$$

식 (23)의 일반해는 삼각함수와 쌍곡선함수의 곱으로 정리할 수 있으며, 식 (22)의 경계조건을 적용하면 웹의 처짐은 식 (24)와 같이 정리된다.

$$w_w = \frac{1}{2\pi c \sinh \pi c} \left[\coth \pi c \sinh \left(\pi c \frac{y}{h} \right) - \frac{y}{h} \cosh \left(\pi c \frac{y}{h} \right) \right] \frac{h^2}{D_w} M(x) \quad (24)$$

여기서, $c = h/a$ 웹의 유효 형상비다.

플랜지 웹 연결부의 회전각은 식 (24)를 편미분한 식 (25)와 같다.

$$\theta = \left[\frac{\partial w_w}{\partial y} \right]_{y=h} = \frac{-1}{2\pi c \sinh^2 \pi c} [\pi c - \sinh \pi c \cosh \pi c] \frac{h}{D_w} M(x) \quad (25)$$

H형강의 웹은 양쪽의 플랜지를 구속하고 있기 때문에, 웹에 의한 한쪽 플랜지의 단위길이당 회전구속강성($\bar{\zeta}$)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{2} \frac{M(x)}{\theta} = \frac{1}{2} C_s \frac{D_w}{h} \quad (26)$$

여기서, C_s 는 무차원 웹강성계수(C_s)이며 다음과 같다.

$$C_s = \frac{2\pi c \sinh^2 \pi c}{(\sinh \pi c \cosh \pi c - \pi c)} \quad (27)$$

식 (27)과 같이 C_s 는 웹 유효형상비($c = h/a$)의 함수이며, 좌굴 반파장길이 a 는 여전히 미지수이다.

4. 혼합변분법

식 (10), (11), (12)의 혼합변분식에 $w_f(x, y)$, $M_x(x, y)$ 와 $M_y(x, y)$ 의 근사함수[식 (19)~(21)]를 대입하면 식 (28)과 같이 24×24 크기의 매트릭스로 정리할 수 있다.

플랜지좌굴하중 $N_{x, min}$ 는 식 (28)에 경계조건을 반영한 후 고유치 해석을 통해 얻어진다. 하나의 $\bar{\zeta}$ 에 대해 다양한 좌굴길이 a 를 입력하여, 최소값을 갖는 좌굴하중 $N_{x, min}$ 를 구할 수 있다. 얻어진 좌굴하중을 바탕으로 식 (29)와 같이 플랜지국부좌굴계수 k_{min} 을 산정한다.

$$\begin{bmatrix} [K^{11}] & [K^{12}] & [K^{13}] \\ [K^{21}] & [K^{22}] & [K^{23}] \\ [K^{31}] & [K^{32}] & [K^{33}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\alpha\} \\ \{\beta\} \\ \{\gamma\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (28)$$

여기서,

$$\begin{aligned} K_{ij}^{11} &= \int_{\Omega_e} 2D_f(1-\nu) \frac{\partial^2 \psi_i^1}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \psi_j^1}{\partial x \partial y} dx dy \\ &+ \oint_{\Gamma_e} \left\{ \psi_i^1 D_f(1-\nu) \left(\frac{\partial^3 \psi_j^1}{\partial x^2 \partial y} n_y + \frac{\partial^3 \psi_j^1}{\partial x \partial y^2} n_x \right) - D_f(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 \psi_j^1}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial \psi_i^1}{\partial y} n_x + \frac{\partial \psi_i^1}{\partial x} n_y \right) \right] \right\} ds \\ &- \int_{\Omega_e} \frac{\partial \psi_i^1}{\partial x} N_x \frac{\partial \psi_j^1}{\partial x} dx dy + \oint_{\Gamma_e} \psi_i^1 N_x \frac{\partial \psi_j^1}{\partial x} n_x ds, \quad i, j = 1, 2, \dots, \\ K_{ij}^{12} &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial \psi_i^1}{\partial x} \frac{\partial \psi_j^2}{\partial x} dx dy - \oint_{\Gamma_e} \left\{ \psi_i^1 \left(\frac{\partial \psi_j^2}{\partial x} \right) n_x \right\} ds \quad i = 1, 2, \dots, 6; \quad j = 1, 2, \dots, 9, \\ K_{ij}^{13} &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial \psi_i^1}{\partial y} \frac{\partial \psi_j^3}{\partial y} dx dy - \oint_{\Gamma_e} \left\{ \psi_i^1 \left(\frac{\partial \psi_j^3}{\partial y} \right) n_x \right\} ds \quad i = 1, 2, \dots, 6; \quad j = 1, 2, \dots, 9, \\ K_{ij}^{21} &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial \psi_i^2}{\partial x} \frac{\partial \psi_j^1}{\partial x} dx dy - \oint_{\Gamma_e} \psi_i^2 \frac{\partial \psi_j^1}{\partial x} n_x ds \quad i = 1, 2, \dots, 9; \quad j = 1, 2, \dots, 6, \\ K_{ij}^{22} &= - \int_{\Omega_e} \frac{1}{D_f(1-\nu^2)} \psi_i^2 \psi_j^2 dx dy \quad i, j = 1, 2, \dots, 9, \\ K_{ij}^{23} &= \int_{\Omega_e} \frac{\nu}{D_f(1-\nu^2)} \psi_i^2 \psi_j^3 dx dy \quad i, j = 1, 2, \dots, 9, \\ K_{ij}^{31} &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial \psi_i^3}{\partial y} \frac{\partial \psi_j^1}{\partial y} dx dy - \oint_{\Gamma_e} \psi_i^3 \frac{\partial \psi_j^1}{\partial y} n_y ds \quad i = 1, 2, \dots, 9; \quad j = 1, 2, \dots, 6, \\ K_{ij}^{32} &= \int_{\Omega_e} \frac{\nu}{D_f(1-\nu^2)} \psi_i^3 \psi_j^2 dx dy \quad i, j = 1, 2, \dots, 9, \\ K_{ij}^{33} &= - \int_{\Omega_e} \frac{\nu}{D_f(1-\nu^2)} \psi_i^3 \psi_j^3 dx dy \quad i, j = 1, 2, \dots, 9, \end{aligned}$$

Table 3. Analyzed and comparison of FLB coefficients for H-shaped beams under uniform moment

Model designation	Depth, H (mm)	Width, b_f (mm)	Web thickness, t_w (mm)	Flange thickness, t_f (mm)	FEM k	2016 KBC		MVM				Simplified formula [per Eq. (32)]		
						k_c ($= \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$)	k_c/k	m (a/b)	ζ	k_{min}	k_{min}/k	ζ	k_{min}	k_{min}/k
FEM-UM-1	400	650	23 (SC)	23	0.87	0.76	0.87	2.3	0.56	0.84	0.97	0.62	0.81	0.94
FEM-UM-2	400	650	17.6 (SC)	23	0.74	0.76	1.03	2.8	1.36	0.71	0.96	1.43	0.71	0.95
FEM-UM-3	400	650	12 (SC)	23	0.61	0.74	1.21	3.6	4.57	0.59	0.96	4.64	0.58	0.95
FEM-UM-4	400	650	8 (SC)	23	0.54	0.60	1.12	4.8	16.17	0.51	0.95	15.98	0.51	0.95
FEM-UM-5	400	650	20 (SC)	17.6	0.92	0.76	0.83	2.2	0.38	0.90	0.97	0.43	0.87	0.94
FEM-UM-6	400	650	17.6 (SC)	17.6	0.86	0.76	1.27	2.4	0.58	0.83	0.97	0.63	0.81	0.94
FEM-UM-7	400	650	15 (SC)	17.6	0.79	0.76	0.96	2.6	0.97	0.76	0.95	1.04	0.75	0.94
FEM-UM-8	400	650	10 (SC)	17.6	0.64	0.66	1.04	3.4	3.57	0.61	0.95	3.60	0.60	0.94
FEM-UM-9	400	650	8 (SC)	17.6	0.58	0.59	1.02	4.0	7.23	0.55	0.96	7.10	0.56	0.96
FEM-UM-10	400	650	20 (SC)	12	1.13	0.76	0.67	1.9	0.11	1.09	0.96	0.13	1.06	0.93
FEM-UM-11	400	650	17.6 (SC)	12	1.07	0.76	0.71	2.0	0.17	1.03	0.96	0.20	0.99	0.92
FEM-UM-12	400	650	15 (SC)	12	0.99	0.76	0.77	2.1	0.29	0.95	0.96	0.33	0.91	0.92
FEM-UM-13	400	650	12 (SC)	12	0.87	0.71	0.82	2.4	0.59	0.83	0.96	0.65	0.81	0.93
FEM-UM-14	400	650	8 (SC)	12	0.68	0.58	0.85	3.1	2.21	0.65	0.96	2.23	0.65	0.96
FEM-UM-15	400	200	8 (SC)	4	1.19	0.57	0.48	1.8	0.07	1.14	0.96	0.12	1.08	0.91
FEM-UM-16	400	200	6 (C)	4	1.03	0.49	0.48	2.1	0.20	1.01	0.99	0.28	0.93	0.91
FEM-UM-17	400	200	5 (C)	4	0.90	0.45	0.50	2.3	0.37	0.91	1.01	0.48	0.85	0.95
FEM-UM-18	753	265	13 (SC)	5	1.35	0.53	0.39	1.7	0.03	1.21	0.90	0.05	1.16	0.93
FEM-UM-19	753	265	11 (C)	5	1.28	0.49	0.38	1.8	0.05	1.17	0.91	0.09	1.12	0.93
FEM-UM-20	753	265	9 (C)	5	1.18	0.44	0.37	1.9	0.10	1.10	0.93	0.16	1.02	0.91
FEM-UM-21	753	265	7 (NC)	5	0.98	0.39	0.40	2.2	0.26	0.98	1.00	0.35	0.90	0.97
FEM-UM-22	753	530	13 (SC)	9	1.02	0.53	0.52	2.1	0.22	0.99	0.97	0.30	0.92	0.90
FEM-UM-23	753	530	11 (C)	9	0.91	0.49	0.54	2.4	0.41	0.90	0.99	0.51	0.84	0.93
FEM-UM-24	753	530	9 (C)	9	0.79	0.44	0.56	2.7	0.84	0.78	1.00	0.93	0.76	0.97
FEM-UM-25	753	530	9 (C)	7	0.94	0.44	0.47	2.3	0.34	0.93	0.99	0.43	0.86	0.92
FEM-UM-26	753	530	7 (NC)	7	0.78	0.39	0.50	2.7	0.85	0.78	1.00	0.93	0.76	0.97
FEM-UM-27	753	530	5 (S)	7	0.63	0.35	0.55	3.5	2.89	0.63	1.00	2.56	0.64	1.01
FEM-UM-28	911	305	14 (C)	5	1.28	0.50	0.39	1.7	0.02	1.22	0.96	0.04	1.18	0.92
FEM-UM-29	911	305	12 (C)	5	1.24	0.46	0.37	1.8	0.04	1.19	0.96	0.07	1.14	0.92
FEM-UM-30	911	305	10 (C)	5	1.17	0.42	0.36	1.8	0.07	1.14	0.97	0.12	1.08	0.92
FEM-UM-31	911	305	8 (NC)	5	1.05	0.38	0.36	2.0	0.16	1.05	1.00	0.23	0.96	0.92
FEM-UM-32	911	610	16 (SC)	10	1.08	0.54	0.50	2.0	0.16	1.05	0.97	0.22	0.97	0.90
FEM-UM-33	911	610	16 (SC)	8	1.18	0.53	0.45	1.8	0.07	1.14	0.97	0.11	1.08	0.92

Note: i) SC= seismically compact; compact; C= compact; NC= noncompact web
 ii) Web sections classified with assuming the steel grade of A992 ($F_y = 345$ MPa)

$$k_{\min} = \left[\frac{12(1 - \nu^2)(b/t_f)^2 N_{x, \min}}{\pi^2 E t_f} \right] \quad (29)$$

혼합변분법으로 얻은 결과와 혼합변분법의 약산식을 검증하기 위해 세장플랜지와 콤팩트 또는 비콤팩트 웨브를 갖는 H형보에 대해 수치해석을 수행하였다(Table 3, 4 참고). 해석모델은 S4R 셸요소로 모델링하였으며 상용프로그램인 ABAQUS를 사용하여 좌굴해석하였다. Fig. 2(b)는 HSA800-S-LPD-3-FHS에 대한 실험결과와 수치해석으로 얻은 플랜지국부좌굴 강도를 비교한 것으로 수치해석결과가 실험결과^[11]와 일치하는 결과를 보여준다.

Table 3, Table 4는 수치해석결과와 혼합변분법, 설계강도^{[5], [6]}를 정리한 것이다. Table 3, Table 4에서 ζ 는 웨브와 플랜지의 상대 휨강성비로 다음과 같이 정의하였다.

$$\zeta \equiv \frac{D_f/b}{\bar{\zeta}} \quad (30)$$

여기서, $\bar{\zeta}$ 는 웨브에 의한 한쪽 플랜지의 단위길이당 회전구속강성이며, 식 (26)과 같이 정리된다. 이론적으로 플랜지가 웨브에 의해 완전 구속되어 있으면 ζ 는 영이며, 플랜지 웨브 연결부가 힌지에 가까우면 ζ 는 무한대의 값을 갖는다.

Table 4. Analyzed and comparison of FLB coefficients for H-shaped beams under moment gradient

Model designation	Depth, H (mm)	Width, b_f (mm)	Web thickness, t_w (mm)	Flange thickness, t_f (mm)	Span, L (mm)	FEM k	2016 KBC		MVM				Simplified formula [per Eq. (34)]		
							$\left(= \frac{k_c}{\sqrt{h/t_w}} \right)$	k_c/k	m (a/b)	ζ	k_{\min}	k_{\min}/k	ζ	k_{\min}	k_{\min}/k
FEM-MG-1	400	650	17.6 (SC)	17.6	4,000	1.09	0.76	0.69	2.1	0.55	1.02	0.93	0.59	0.96	0.88
FEM-MG-2	400	650	12 (SC)	17.6	4,000	0.92	0.73	0.79	2.5	1.87	0.85	0.92	1.93	0.79	0.86
FEM-MG-3	400	650	8 (SC)	17.6	4,000	0.78	0.59	0.76	2.9	6.67	0.76	0.98	6.66	0.70	0.90
FEM-MG-4	500	300	10 (SC)	10	6,000	0.86	0.58	0.67	2.6	0.82	0.84	0.97	0.79	0.85	0.98
FEM-MG-5	500	300	6 (C)	10	6,000	0.64	0.45	0.70	3.6	5.12	0.63	0.99	3.73	0.67	1.04
FEM-MG-6	500	300	10 (SC)	6	6,000	1.20	0.57	0.48	1.9	0.13	1.12	0.93	0.17	1.10	0.92
FEM-MG-7	500	300	5 (NC)	6	6,000	0.76	0.40	0.53	3.0	1.63	0.75	0.98	1.38	0.77	1.02
FEM-MG-8	500	300	10 (SC)	4	6,000	1.37	0.57	0.42	1.7	0.03	1.26	0.92	0.05	1.24	0.91
FEM-MG-9	500	300	5 (NC)	4	6,000	1.00	0.40	0.40	2.2	0.36	0.97	0.96	0.40	0.95	0.95
FEM-MG-10	753	530	9 C)	15	8,000	0.68	0.45	0.66	3.4	4.74	0.66	0.97	3.70	0.68	1.01
FEM-MG-11	753	530	9 C)	12	8,000	0.76	0.44	0.59	3.0	2.20	0.73	0.96	1.88	0.74	0.98
FEM-MG-12	753	530	13 (SC)	9	8,000	1.18	0.53	0.45	1.9	0.20	1.15	0.98	0.26	1.04	0.89
FEM-MG-13	753	530	9 (C)	9	8,000	0.90	0.44	0.49	2.5	0.79	0.86	0.95	0.79	0.86	0.96
FEM-MG-14	753	530	7 (NC)	9	8,000	0.77	0.39	0.51	3.0	1.97	0.74	0.96	1.68	0.76	0.98
FEM-MG-15	911	610	16 (SC)	20	8,000	0.80	0.54	0.68	2.9	1.76	0.76	0.96	1.55	0.77	0.97
FEM-MG-16	911	610	16 (SC)	10	8,000	1.26	0.54	0.43	1.8	0.14	1.23	0.97	0.19	1.11	0.88
FEM-MG-17	911	610	10 (C)	10	8,000	0.91	0.42	0.46	2.5	0.79	0.87	0.95	0.79	0.87	0.95
FEM-MG-18	911	610	10 (C)	16	8,000	0.70	0.43	0.61	3.3	4.14	0.68	0.98	3.27	0.70	1.00

Note: i) SC = seismically compact; compact; C = compact; NC = noncompact web
 ii) Web sections classified with assuming the steel grade of A992 ($F_y = 345$ MPa)

Fig. 7.은 Table 3, Table 4의 혼합변분법(MVM)과 설계기준 [5],[6]의 플랜지국부좌굴계수를 수치해석결과와 비교한 그림으로 혼합변분법으로 얻은 결과(k_{MVM})는 넓은 범위의 상대힘강성비에 대해 현행설계기준 [5],[6](k_{KBC})보다 훨씬 정확한 결과를 나타내었다.

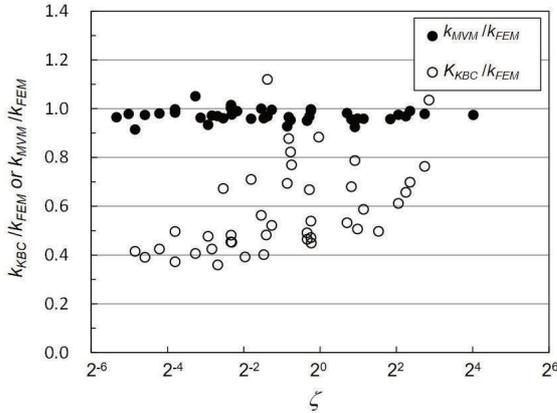


Fig. 7. Comparison of k_{min} values predicted by mixed variational approach and FEM

5. 약산식 제안

5.1 등분포모멘트를 받을 때

식 (30)의 분자 (D_f/b)는 단순계산으로 얻을 수 있지만, 분모의 $\bar{\zeta}$ 는 웹브유효형상비($c = h/a$)의 함수로 식 (26), (27)을 경계조건에 반영한 고유치 해석으로부터 얻을 수 있는 값이다. 따라서, 고유치 해석을 생략한 약산식을 유도하기 위해서는 좌굴함수의 반파장길이 a 를 적절히 가정할 필요가 있다. 식 (26), (27), (30)을 정리하면, 좌굴함수의 반파장길이 a 가 커지면 ζ 를 증가시켜 보다 작은(보수적인) 플랜지좌굴계수 k_{min} 을 얻게 된다. Table 5에 기재된 다양한 단면에 대한 플랜지좌굴형상비($m = a/b$)

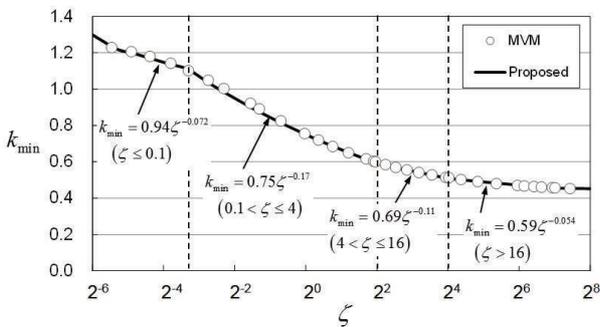
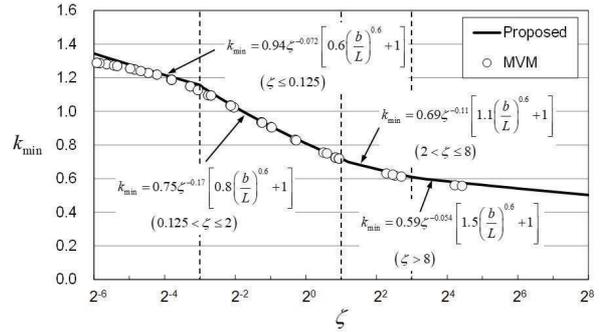
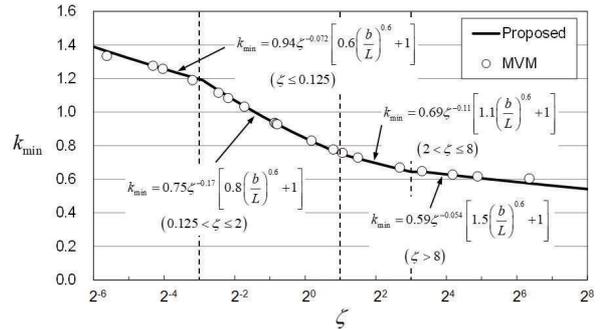


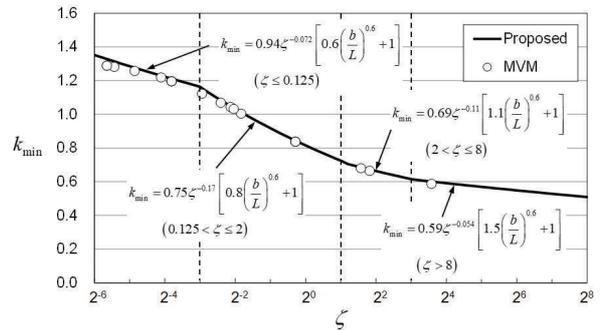
Fig. 8. k_{min} values for H-shaped beams under uniform moment



(a) k_{min} for H-shaped beams with $H = 400\text{mm}$ and $H = 600\text{mm}$, $b = 150\text{mm}$ and $L = 7,000\text{mm}$



(b) k_{min} for H-shaped beams with $H = 400\text{mm}$, $b = 325\text{mm}$ and $L = 7,000\text{mm}$



(c) k_{min} for H-shaped beams with $H = 800\text{mm}$, $b = 250\text{mm}$ and $L = 10,000\text{mm}$

Fig. 9. k_{min} values for H-shaped beams under moment gradient

를 살펴보면, 일부 단면을 제외하면 대부분의 단면은 플랜지좌굴형상비가 3을 넘지 않음을 알 수 있다. 이에 보수적으로 플랜지좌굴형상비를 3으로 가정하여 다음과 같이 웹브유효형상비를 가정하였다.

$$c = \frac{h}{a} = \frac{h}{mb} \approx \frac{h}{3b} \quad (31)$$

식 (31)을 적용하고 혼합변분법 결과를 회귀분석하여, 다음의 플랜지국부좌굴계수 약산식을 제안하였다(Fig. 8. 참고).

$$\begin{aligned}
 \text{For } \zeta \leq 0.1 : & \quad k_{\min} = 0.94\zeta^{-0.072} \leq 1.277 \\
 \text{For } 0.1 < \zeta \leq 4 : & \quad k_{\min} = 0.75\zeta^{-0.17} \\
 \text{For } 4 < \zeta \leq 16 : & \quad k_{\min} = 0.69\zeta^{-0.11} \\
 \text{For } \zeta > 16 : & \quad k_{\min} = 0.59\zeta^{-0.054} \geq 0.425
 \end{aligned} \tag{32}$$

여기서, $\zeta = \frac{D_f/b}{\bar{\zeta}}$, $\bar{\zeta} = \left[\frac{\pi c \sinh^2 \pi c}{(\sinh \pi c \cosh \pi c - \pi c)} \right] \frac{D_w}{h}$, $c = \frac{h}{3b}$.

5.2 구배를 갖는 모멘트를 받을 때

보 중앙에 집중하중을 받는 경우는 Table 4를 참고하여 보수적으로 플랜지좌굴형상비를 2.5로 가정하였으며, 다음과 같이 웨브유효형상비를 가정하였다.

$$c = \frac{h}{a} = \frac{h}{mb} \approx \frac{h}{2.5b} \tag{33}$$

보 중앙에 집중하중을 받는 경우 플랜지좌굴강도는 웨브에 의한 구속효과 외에 플랜지 압축력 N_x 의 구배에 영향을 받으므로, 플랜지좌굴계수 k_{\min} 의 약산식은 다음과 같이 ζ 와 b/L 의 함수로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{For } \zeta \leq 0.125 : & \quad k_{\min} = 0.94\zeta^{-0.072} \left[0.6 \left(\frac{b}{L} \right)^{0.6} + 1 \right] \leq 1.4 \\
 \text{For } 0.125 < \zeta \leq 2 : & \quad k_{\min} = 0.75\zeta^{-0.17} \left[0.8 \left(\frac{b}{L} \right)^{0.6} + 1 \right] \\
 \text{For } 2 < \zeta \leq 8 : & \quad k_{\min} = 0.69\zeta^{-0.11} \left[1.1 \left(\frac{b}{L} \right)^{0.6} + 1 \right] \\
 \text{For } \zeta > 8 : & \quad k_{\min} = 0.59\zeta^{-0.054} \left[1.5 \left(\frac{b}{L} \right)^{0.6} + 1 \right] \geq 0.425
 \end{aligned} \tag{34}$$

6. 결론

세장 플랜지를 갖는 H형강보의 플랜지국부좌굴 강도에 대한 본 연구의 결과를 정리하면 다음과 같다.

1) 현행 설계기준의 세장플랜지국부좌굴강도의 근간이 되는 Johnson의 연구에서 분석한 실험체는 설계기준의 한계 폭두께 비 완화로 인해 목표한 단면에 해당하지 않음을 규명하였다.

2) 설계기준에서는 플랜지좌굴계수를 산정할 때 웨브의 폭두께비만을 고려하지만, 연구결과 웨브와 플랜지의 상대휨강성비와 모멘트구배효과를 반영하여 산정하는 것이 합리적임을 규명하였다.

3) 웨브와 플랜지의 상대휨강성비, 플랜지 폭과 보경간 길이의 비를 변수로 하여 웨브구속효과와 모멘트구배효과를 반영한 플랜지좌굴계수 산정식을 혼합변분법을 사용하여 유도하였다.

4) 복잡한 계산 없이 플랜지좌굴계수를 결정할 수 있는 약산식을 제시하였으며, 제안된 식은 현재 설계기준 보다 일관되고, 정확한 결과를 나타내었다.

참고문헌(References)

- [1] 김선후, 이철호(2018) 주관응력효과를 고려한 고강도강 X형 원형강관접합부의 수치해석 연구, 한국강구조학회논문집, 한국강구조학회, 제30권, 제2호, pp.115-126.
Kim, S.H., and Lee, C.H. (2018) Numerical Study of High-Strength Steel CHS X-Joints Including Effects of Chord Stresses, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.30, No.2, pp.115-126 (in Korean).
- [2] 전수찬, 한규홍, 이철호, 김진원(2017) 고강도강재를 적용한 비대칭 하이브리드 합성보의 휨거동 실험, 한국강구조학회 논문집, 한국강구조학회, 제29권, 제3호, pp.217-228.
Jun, S.C., Han, K.H., Lee, C.H., and Kim, J.W. (2017) Flexural Testing of Asymmetric Hybrid Composite Beams Fabricated from High-Strength Steels, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.29, No.3, pp.217-228 (in Korean).
- [3] 김대경, 이철호, 한규홍, 김진호, 이승은, 김진원(2015) 중심 압축을 받는 고강도강 중간주의 좌굴강도 평가, 한국강구조학회 논문집, 한국강구조학회, 제27권, 제4호, pp.377-386.
Kim, D.K., Lee, C.H., Han, K.H., Lee, S.E., and Kim, J.W. (2015) Buckling Strength of Concentrically Loaded High-Strength Steel Columns with Intermediate Slenderness, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.27, No.4, pp.377-386 (in Korean).
- [4] Johnson, D.L. (1985) An Investigation into the Interaction of Flanges and Webs in Wide Flange Shapes, *Proceedings of SSRC Annual Technical Session: Stability Aspects of Industrial Buildings*, Structural Stability Research Council, USA, pp.395-405.
- [5] 대한건축학회(2016) 건축구조기준 및 해설, 기문당. Architectural Institute of Korea (2016) *Korean Building Code and Commentary*, Kimundang, Korea (in Korean).
- [6] American Institute of Steel Construction (2016) *Specification for Structural Steel Buildings (ANSI/AISC 360-16)*, USA.

- [7] Lundquist, E.E., and Stowell, E.Z. (1942) *Critical Compressive Stress for Outstanding Flanges*, NACA Report No. NACA-TR-734, National Aeronautics and Space Administration, USA.
- [8] Seif, M., and Schafer, B.W. (2010) Local Buckling of Structural Steel Shapes, *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier, Vol.66, No.10, pp.1232-1247.
- [9] Ragheb, W.F. (2015) Local Buckling of Welded Steel I-Beams Considering Flange-Web Interaction, *Thin-Walled Structures*, Elsevier, Vol.97, pp.241-249.
- [10] Yu, C., and Schafer, B.W. (2007) Effect of Longitudinal Stress Gradients on Elastic Buckling of Thin Plates, *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, Vol.133, No.4, pp.452-463.
- [11] Lee, C.-H., Han, K.-H., Uang, C.-M., Kim, D.-K., Park, C.-H., and Kim, J.-H. (2013) Flexural Strength and Rotation Capacity of I-Shaped Beams Fabricated from 800-MPa Steel. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, Vol.139, No.6, pp.1043-1058.
- [12] American Institute of Steel Construction (1978) *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings* (AISC S326: 1978), USA.
- [13] Reddy, J.N. (2002) *Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics* (2nd Ed.), John Wiley & Sons, USA.

요 약 : 최근 수행한 조립 H형강보의 실물대 실험에서 세장플랜지를 갖는 실험체가 설계기준에 비해 상당한 초과 휨강도를 발휘하였다. 분석결과 현재 설계기준은 웹브에 의한 플랜지 구속효과를 과소평가하고 있으며, 모멘트 구배가 플랜지좌굴강도에 미치는 영향을 반영하지 못하고 있음을 확인하였다. 본 연구에서는 혼합변분법을 통하여 과도하게 보수적인 현행 설계기준의 플랜지국부좌굴식의 정확성을 높이고 모멘트 구배효과를 반영할 수 있는 탄성 플랜지국부좌굴강도식을 새로이 유도하였다. 또한 혼합변분법으로 계산된 다양한 해석결과를 바탕으로 보다 정확하고 실용적인 약산식을 제시하였다.

핵심용어 : 플랜지 국부좌굴, H형강보, 세장 플랜지, 웹브 세장비, 모멘트 구배, 혼합변분법
